Colegio Mater Dolorosa
Profesor: Paola Vidal
Asignatura: Matemáticas.

Módulo 8 de Aprendizaje
Segundo Medio

Objetivo: Utilización de potencias para reducir expresiones y hacer cálculos, aplicados en problemas de planteo.

Potencias

Esencialmente una potencia nos representa una multiplicación por sigo mismo de un número que llamamos *"base"*, tantas veces como lo indique otro número que llamamos *"exponente"*.

$$\overset{\text{Base}}{a}^{\overset{\text{Exponente}}{n}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \; . \; . \; . \; . \; \cdot a}_{n-\text{veces}}$$

Ejemplo

a) $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$

b) $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3)$

c) $a^2 = a \cdot a$

d) $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$

e) $y^4 = y \cdot y \cdot y \cdot y$

f) $x^1 = x$

UST

Propiedades de las potencias

Propiedad	Ejemplo
$a^0 = 1$, a distinto de 0.	$2^0 = 1$
$a^1 = a$	$2^1 = 2$
$a^n a^m = a^{n+m}$	$2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5 = 32$
$a^n \div a^m = a^{n-m}$	$2^3 \div 2^2 = 2^{3-2} = 2^1 = 2$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{2}{4}\right)^2 = \frac{2^2}{4^2} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ ó $\left(\frac{2}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1^2}{2^2} = \frac{1}{4}$
$(ab)^n = a^n b^n$	$(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$
$(a^n)^m = a^{nm}$	$(2^4)^2 = 2^{4 \cdot 2} = 2^8 = 256$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, a distinto de 0.	$2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$
$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$	$2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = \frac{2^1}{3^1} = \frac{2}{3}$
$0^n = 0$, n distinto de 0.	$0^2 = 0$

Notación científica

Paso de una cantidad a potencia de base 10.
Exponente positivo

$100.000 = 10^5$

$$230.000 = 2{,}3 \cdot 100.000 = 2{,}3 \cdot 10^5$$

En notación científica solo se permite una cifra entera

La parte decimal llevará el resto de las cifras.

Otra manera de entenderlo es la siguiente...

Movemos la coma hasta detrás del dos. Saltamos cinco cifras hacia la izquierda.

$$230.000 = 2\overset{\frown}{30.000},0 = 2{,}3$$

La movemos hasta delante del dos porque en la notación científica solo se permite un cifra entera

Recuerda estas potencias para los ítem I y II

$10^0 = 1$	$10^{-1} = 0{,}1$
$10^1 = 10$	$10^{-2} = 0{,}01$
$10^2 = 100$	$10^{-3} = 0{,}001$
$10^3 = 1.000$	$10^{-4} = 0{,}0001$
$10^4 = 10.000$	$10^{-5} = 0{,}00001$
$10^5 = 100.000$	$10^{-6} = 0{,}000001$
$10^6 = 1.000.000$	$10^{-7} = 0{,}0000001$

Los concepto anteriores es lo que hemos trabajado en las últimas tres guías, hoy aplicaremos estos conceptos en la resolución de problemas de planteo. Para eso debes saber lo que es leer un problema, extraer datos y luego resolver. Algo tan simple como el siguiente ejemplo

PROBLEMAS RESUELTOS CON POTENCIAS

Fernando tuvo 2 hijos. Cada uno de sus hijos tuvo 2 hijos, y cada uno de estos tuvo 2 hijos. ¿Cuántos nietos tuvo Fernando?

Solución

$2^3 = 8$ nietos

Veamos otro ejemplo y como debemos resolverlo.

La Hidra de Lerna es un personaje mitológico que aparece en algunas historias, como la de las 12 pruebas de Hércules. La Hidra era un monstruo con 1 cabeza, pero si se le cortaba, le nacían 2 cabezas en su lugar. Si un héroe intentaba vencerla cortándole todas sus cabezas cada día, ¿cuántas cabezas tendría la Hidra el tercer día? ¿y al cabo de 10 días intentando vencerla?

Vamos a **resolver la primera pregunta** de este problema, pensemos:

- El primer día, al cortarle una cabeza, el monstruo tenía 2 cabezas
- El segundo día, al cortarle todas las cabezas, nacieron el doble: 2 x 2 = 4 cabezas
- El tercer día, volvieron a nacer el doble de cabezas: 2 x 2 x 2 = 8 cabezas
- **En resumen**, para saber cuántas cabezas tenía tras estos 3 días, **hemos multiplicado 2 tres veces**.

Para **resolver la segunda pregunta**, tendríamos que hacer el mismo procedimiento, pero es un poco largo.

- Para saber cuántas cabezas tendría el monstruo en 10 días, debemos hacer la siguiente operación:

2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2

- También es muy largo, ¿verdad? Por eso será **más fácil de resolver si utilizamos una potencia**, expresando la misma operación del siguiente modo:

2^{10} = 1024 cabezas

Ejercicios para practicar.

1.- Las bacterias se reproducen en forma de potencia, es decir, cada media hora hay el doble de bacterias.
Se considera que un alimento está contaminado cuando la cantidad de bacterias es mayor que 100.000 por cm^3.

a) ¿Cuánto tiempo puede permanecer un alimento no contaminado si inicialmente tiene 10.000 bacterias por cm^3?
b) ¿Qué medidas puedes tomar tú para que esto no suceda?

2.- Paulina y Matías practican un juego que consiste en que cada uno escribe un número de cuatro cifras con los dígitos del 1 al 9 (las cifras pueden repetirse) y cada uno trata de adivinar el número del otro, dándose pistas. Luego de jugar varias veces, deciden que el número será solo con los dígitos impares para que sea más fácil adivinarlo.
¿Cuántos números distintos puede escribir cada participante con las condiciones que acordaron?
Para responder esta pregunta, observa que si el número tiene 4 cifras y los dígitos que se pueden ocupar son el 1, 3, 5, 7, 9, significa que hay 5 números posibles para cada cifra, ya que estos pueden repetirse, es decir:

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$

¿Cuántos números distintos podían escribir inicialmente?